

5. Combinatorică și tehnica Backtracking

5.1. Teste grilă

- Se generează toate numerele naturale de 4 cifre, cifre aflate în ordine strict crescătoare, orice două cifre vecine din fiecare număr generat fiind valori neconsecutive. De exemplu, numerele 1579 și 2468 sunt în șirul numerelor generate, în timp ce 3851, 1679, 479 nu sunt. Câte numere se generează în total?
a. 12 b. 15 c. 20 d. 24
- Folosind modelul combinărilor, se generează cuvinte cu câte două litere distincte din mulțimea {i,t,e,m} obținându-se, în ordine: it, ie, im, te, tm, em. Dacă se utilizează exact aceeași tehnică pentru a genera cuvinte cu trei litere distincte din mulțimea {a,i,t,e,m}, atunci antepenultimul cuvânt generat este:
a. iem b. itm c. atm d. tem
- Folosind modelul combinărilor, se generează cuvinte cu câte două litere distincte din mulțimea {i,t,e,m} obținându-se, în ordine: it, ie, im, te, tm, em. Dacă se utilizează exact aceeași tehnică pentru a genera cuvinte cu patru litere distincte din mulțimea {i,t,e,m,a,x}, atunci numărul de cuvinte generate care încep cu litera t este:
a. 24 b. 12 c. 16 d. 4
- Folosind modelul combinărilor se generează cuvinte cu câte două litere distincte din mulțimea {i,t,e,m} obținându-se, în ordine: it, ie, im, te, tm, em. Dacă se utilizează exact aceeași tehnică pentru a genera toate cuvintele cu patru litere distincte din mulțimea {i,t,e,m,a,x}, atunci predecesorul și succesorul cuvântului tema generat la un moment dat sunt, în această ordine:
a. iemx temx c. imax temx
b. imax teax d. item emax
- Folosind modelul combinărilor se generează cuvinte cu câte două litere distincte din mulțimea {i,t,e,m} obținându-se, în ordine: it, ie, im, te, tm, em. Dacă se utilizează exact aceeași tehnică pentru a genera cuvinte cu patru litere distincte din mulțimea {i,t,e,m,a,x}, atunci numărul de cuvinte generate care se termină cu litera a este:
a. 4 b. 12 c. 24 d. 5

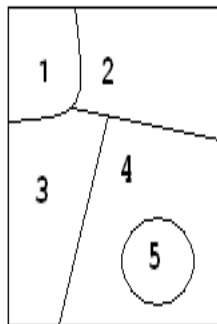
6. Folosind modelul combinărilor se generează cuvinte cu câte trei litere distincte din mulțimea $\{i, t, e, m\}$ obținându-se, în ordine: ite, itm, iem, tem . Dacă se utilizează exact aceeași tehnică pentru a genera cuvinte cu patru litere distincte din mulțimea $\{c, r, i, t, e, m, a, s\}$, atunci numărul de cuvinte generate care încep cu litera r și se termină cu litera a sau cu litera s este:

- a. 30 b. 20 c. 16 d. 12

7. Se consideră mulțimea $\{4, 1, 2, 3\}$. Dacă se generează toate permutările elementelor acestei mulțimi, în câte dintre acestea elementele 1 și 2 apar pe poziții consecutive, în această ordine (ca în permutările $(1, 2, 3, 4)$ sau $(3, 1, 2, 4)$)?

- a. 8 b. 24 c. 6 d. 12

8. Desenul alăturat reprezintă o hartă cu 5 țări numerotate de la 1 la 5. Se generează toate variantele de colorare a acestei hărți având la dispoziție 4 culori notate cu A, B, C, D , astfel încât oricare două țări vecine să nu fie colorate la fel. Prima soluție este (A, B, C, A, B) având următoarea semnificație: țara 1 e colorată cu A , țara 2 e colorată cu B , țara 3 e colorată cu C , țara 4 e colorată cu A , țara 5 e colorată cu B . Știind că următoarele trei soluții sunt obținute în ordinea $(A, B, C, A, C), (A, B, C, A, D), (A, B, C, D, A)$, care este soluția care se obține după varianta de colorare (C, A, B, D, C) ?



- a. (D, A, B, D, A) b. (C, A, D, B, A) c. (C, D, B, A, B) d. (C, A, B, C, D)

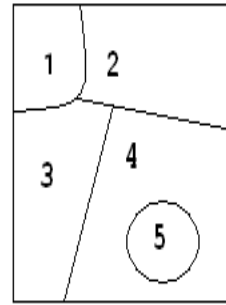
9. Se generează toate numerele de 5 cifre, cu cifre distincte, care pe poziții pare au cifre pare, iar pe poziții impare au cifre impare. Primele șase numere generate sunt: 10325, 10327, 10329, 10345, 10347, 10349. Care este următorul număr generat după numărul 96785?

- a. 96587 b. 98123 c. 96783 d. 98103

10. Se generează produsul cartezian al mulțimilor $\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{3, 4, 5\}$. Câte dintre elementele produsului cartezian conțin cel puțin o valoare egală cu 1?

- a. 18 b. 6 c. 24 d. 12

11. Desenul alăturat reprezintă o hartă cu 5 țări numerotate de la 1 la 5. Se generează toate variantele de colorare a acestei hărți având la dispoziție 4 culori notate cu **A**, **B**, **C**, **D**, astfel încât oricare două țări vecine să nu fie colorate la fel. Prima soluție este (**A**, **B**, **C**, **A**, **B**) având următoarea semnificație: țara 1 e colorată cu **A**, țara 2 e colorată cu **B**, țara 3 e colorată cu **C**, țara 4 e colorată cu **A**, țara 5 e colorată cu **B**. Care din următoarele variante poate reprezenta o soluție de colorare?



- a. (**C, D, B, A, A**) b. (**D, B, D, A, C**) c. (**D, C, B, D, C**) d. (**C, B, D, B, A**)

12. Se generează matricele pătratice cu n linii și n coloane cu elemente 0 și 1 care pe fiecare linie au un singur element egal cu 1, pe fiecare coloană au un singur element egal cu 1, iar restul elementelor sunt nule. Dacă $n=3$, matricele sunt generate în ordinea următoare:

100	100	010	010	001	001
010	001	100	001	100	010
001	010	001	100	010	100

Dacă $n=4$, care este matricea generată imediat după matricea:

0010
1000
0001
0100

- | | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| a. 0010
1000
0100
0001 | b. 0010
0100
1000
0001 | c. 0001
1000
0010
0100 | d. 0010
0001
1000
0100 |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|

13. Generarea tuturor șirurilor de 4 elemente, fiecare element putând fi orice literă din mulțimea $\{a, b, m, k, o, t\}$, se realizează cu ajutorul unui algoritm echivalent cu algoritmul de generare a:

- a. produsului cartezian b. permutărilor
c. aranjamentelor d. combinațiilor

14. Folosind primele patru numere prime, se construiesc, în ordine, următoarele sume: 2; 2+3; 2+3+5; 2+3+5+7; 2+3+7; 2+5; 2+5+7; 2+7; 3; 3+5; 3+5+7; 3+7; 5; 5+7; 7. Folosind aceeași metodă, construim sume utilizând primele cinci numere prime. Care este a șasea sumă, astfel obținută?

- a. 2+3+5+11 b. 2+3+7 c. 3+5+11 d. 2+3+5+7+11

15. Folosind metoda **backtracking**, se construiesc numere cu cifre distincte, numere care au suma cifrelor egală cu 5 și nu sunt divizibile cu 10. Se obțin, în această ordine, numerele: 104; 14; 203; 23; 302; 32; 401; 41; 5. Care este al șaselea număr obținut dacă, folosind același algoritm, se construiesc numere naturale cu cifre diferite, nedivizibile cu 10 și cu suma cifrelor egală cu 6.
- a. 213 b. 1302 c. 2013 d. 15
16. Folosind numai cifrele {0, 5, 3, 8}, se construiesc, prin metoda **backtracking**, toate numerele cu 3 cifre în care oricare două cifre alăturate nu au aceeași paritate. Se obțin, în ordine numerele: 505, 503, 585, 583, 305, 303, 385, 383, 850, 858, 830, 838. Utilizând același algoritm pentru a obține numere cu patru cifre din mulțimea {0, 3, 6, 2, 9}, în care oricare două cifre alăturate nu au aceeași paritate, al șaselea număr care se obține este:
- a. 3092 b. 3690 c. 6309 d. 3096
17. Un elev, folosind metoda **backtracking**, construiește toate numerele cu cifre distincte, numere care au suma cifrelor egală cu 5 și nu sunt divizibile cu 10. El obține, în această ordine, numerele: 104; 14; 203; 23; 302; 32; 401; 41; 5. Folosind aceeași metodă, el construiește toate numerele naturale cu cifre diferite, nedivizibile cu 10 și cu suma cifrelor egală cu 6. Care sunt **primele patru numere** pe care le construiește?
- a. 1023; 105; 15; 6 b. 123; 132; 15; 213
c. 1023; 123; 1032; 132 d. 1023; 1032; 105; 1203;
18. Folosind cifrele {0, 5, 3, 8}, se generează toate numerele cu 3 cifre cu proprietatea că oricare două cifre alăturate nu au aceeași paritate. Astfel, se obțin în ordine numerele: 505, 503, 585, 583, 305, 303, 385, 383, 850, 858, 830, 838. Folosind aceeași metodă, se generează numere de patru cifre din mulțimea {0, 3, 6, 2, 9}, ultimul număr astfel obținut este:
- a. 9292 b. 3629 c. 9692 d. 9632
19. Pentru $n=4151$, stabiliți câte numere strict mai mari decât n și având exact aceleași cifre ca și n există.
- a. 5 b. 4 c. 2 d. 3
20. Se generează toate șirurile 6 de paranteze care se închid corect: () (()), ((())), (()) (), () () (). Lipsește vreo soluție?
- a. Da, trei soluții b. Da, una singură
c. Nu d. Da, două soluții

21. Problema generării tuturor numerelor de n cifre ($n \leq 9$) cu cifrele în ordine strict crescătoare este similară cu problema:
- generării permutărilor de n elemente
 - generării combinărilor de 9 elemente luate câte n
 - generării combinărilor de n elemente luate câte 9
 - generării aranjamentelor de 9 elemente luate câte n
22. Pentru a scrie valoarea 10 ca sumă de numere prime se folosește metoda backtracking și se generează, în această ordine, sumele distincte: $2+2+2+2+2$, $2+2+3+3$, $2+3+5$, $3+7$, $5+5$. Folosind exact aceeași metodă, se scrie valoarea 9 ca sumă de numere prime. Care este a doua soluție?
- $2+2+2+3$
 - $2+2+5$
 - $2+2+3+2$
 - $2+7$
23. Un program folosește metoda backtracking pentru a afișa toate steagurile tricolore formate cu culorile alb, albastru, galben, mov, negru, portocaliu, roșu, verde. Se știe că în mijloc singurele culori care pot fi folosite sunt alb, galben sau portocaliu, iar cele trei culori dintr-un steag trebuie să fie distincte două câte două. Primele patru steaguri generate de program sunt: (alb, galben, albastru), (alb, galben, mov), (alb, galben, negru), (alb, galben, portocaliu). Care este cel de al optulea steag generat de program?
- alb, portocaliu, mov
 - alb, portocaliu, albastru
 - albastru, alb, galben
 - alb, portocaliu, galben
24. Trei băieți A, B și C, și trei fete D, E și F, trebuie să formeze o echipă de trei copii, care să participe la un concurs. Echipa trebuie să fie mixtă (adică să conțină cel puțin o fată și cel puțin un băiat). Ordinea copiilor în echipă este importantă deoarece aceasta va fi ordinea de intrare a copiilor în concurs (de exemplu echipa A, B, D este diferită de echipa B, A, D). În câte dintre echipele formate se găsesc atât băiatul A cât și băiatul B?
- 3
 - 36
 - 18
 - 6
25. Se dă o mulțime de n puncte în plan. Se știe că oricare 3 dintre aceste puncte nu sunt coliniare. Se cere să se genereze toate triunghiurile având vârfurile în mulțimea dată. Cu ce algoritm este echivalent algoritmul de rezolvare a acestei probleme?
- Generarea combinărilor de n elemente luate câte 3
 - Generarea aranjamentelor de n elemente luate câte 3
 - Generarea partițiilor unei mulțimi cu n elemente.
 - Generarea tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente.

26. Un program folosind un algoritm backtracking generează, în ordine lexicografică, toate anagramele distincte ale cuvântului **babac**. Primele 5 anagrama generate de acest algoritm sunt **aabbcb**, **aabcb**, **aacbb**, **ababc**, **abacb**. Care este cea de a zecea anagramă generată de acest program?
- a. **acbab** b. **acabb** c. **baabc** d. **abcba**
27. Un program generează în ordine lexicografică toate șirurile de 3 litere având următoarele proprietăți: șirurile sunt formate doar din litere mari ale alfabetului englez, toate literele din șir sunt distincte, oricare două litere alăturate din șir sunt consecutive în alfabet.
- Primele 6 șiruri generate de acest program sunt: **ABC**, **BCD**, **CBA**, **CDE**, **DCB**, **DEF**. Care este cea de a **noua** soluție generată de acest program.
- a. **FED** b. **FGH** c. **IJK** d. **LKJ**
28. Un algoritm de tip backtracking generează, în ordine lexicografică, toate șirurile de 5 cifre 0 și 1 cu proprietatea că nu există mai mult de două cifre de 0 consecutive. Primele 6 soluții generate sunt: **00100**, **00101**, **00110**, **00111**, **01001**, **01010**. Care este cea de a **opta** soluție?
- a. **01110** b. **01100** c. **01011** d. **01101**
29. Problema determinării tuturor modalităților de a-i împărți pe cei **n** elevi ai unei clase în echipe, astfel încât fiecare elev să facă parte dintr-o echipă și în fiecare echipă să fie minimum un elev și maximum **n** elevi, este similară cu:
- a. generarea tuturor submulțimilor unei mulțimi cu **n** elemente
- b. generarea produsului cartezian a **n** mulțimi, cu câte **n** elemente fiecare
- c. generarea tuturor partițiilor unei mulțimi cu **n** elemente
- d. generarea tuturor permutărilor de **n** elemente
30. Aplicând metoda backtracking pentru a genera toate permutările celor **n** elemente ale unei mulțimi, o soluție se memorează sub forma unui tablou unidimensional x_1, x_2, \dots, x_n . Dacă sunt deja generate valori pentru componentele x_1, x_2, \dots, x_{k-1} , iar pentru componenta curentă, x_k ($1 < k < n$), au fost testate toate valorile posibile și nu a fost găsită niciuna convenabilă, atunci:
- a. se încearcă alegerea unei valori pentru componenta x_{k-1}
- b. se încheie algoritmul
- c. se încearcă alegerea unei valori pentru componenta x_1 oricare ar fi **k**
- d. se încearcă alegerea unei valori pentru componenta x_{k+1}

31. Utilizăm metoda backtracking pentru a genera toate cuvintele alcătuite din două litere ale mulțimii $\{a, c, e, g\}$, astfel încât să nu existe două consoane alăturate. Cuvintele se generează în următoarea ordine: **aa, ac, ae, ag, ca, ce, ea, ec, ee, eg, ga, ge**. Dacă se utilizează exact aceeași metodă pentru a genera cuvintele formate din 4 litere ale mulțimii $\{a, b, c, d, e, f\}$, astfel încât să nu existe două consoane alăturate în cuvânt, care este penultimul cuvânt generat?
- a. **fefa** b. **fafe** c. **feef** d. **fefe**
32. Utilizând metoda backtracking se generează toate numerele formate doar din 3 cifre astfel încât fiecare număr să aibă cifrele distincte. Cifrele fiecărui număr sunt din mulțimea $\{1, 2, 3, 4\}$. Acest algoritm generează numerele, în această ordine: **123, 124, 132, 134, 213, 214, 231, 234, 312, 314, 321, 324, 412, 413, 421, 423, 431, 432**. Dacă utilizăm același algoritm pentru a genera toate numerele de 4 cifre, fiecare număr fiind format din cifre distincte din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, precizați care este numărul generat imediat după **4325**.
- a. **4351** b. **5123** c. **4521** d. **4321**
33. Utilizând metoda backtracking se generează toate numerele palindrom formate din 4 cifre. Fiecare număr conține cifre din mulțimea $\{1, 3, 5\}$. Elementele sunt generate în următoarea ordine: **1111, 1331, 1551, 3113, 3333, 3553, 5115, 5335, 5555**. Dacă se utilizează exact aceeași metodă pentru a genera toate numerele palindrom formate din 4 cifre, fiecare element având cifre din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, să se precizeze câte numere pare se vor genera.
- a. **99** b. **40** c. **36** d. **72**
34. Utilizând metoda backtracking se generează elementele produsului cartezian a n mulțimi: A_1, A_2, \dots, A_n . Dacă utilizăm acest algoritm pentru a genera elementele produsului cartezian a 3 mulțimi: $M=\{1, 2, 3\}$ $N=\{1, 2\}$ și $P=\{1, 2, 3, 4\}$ atunci care din următoarele secvențe **nu** reprezintă o soluție a acestui algoritm, pentru produsul cartezian $P \times N \times M$?
- a. **(4, 2, 3)** b. **(3, 3, 3)** c. **(3, 2, 1)** d. **(1, 1, 1)**
35. Utilizând metoda backtracking se generează toate numerele de câte trei cifre astfel încât fiecare număr generat are cifrele distincte și suma lor este un număr par. Precizați care dintre următoarele numere reprezintă o soluție a algoritmului?
- a. **235** b. **455** c. **986** d. **282**

36. Se generează prin metoda **backtracking** mulțimi distincte cu elemente numere naturale nenule și cu proprietatea că suma elementelor fiecărei mulțimi este egală cu 7 astfel: $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 6\}$, $\{2, 5\}$, $\{3, 4\}$, $\{7\}$. Folosind aceeași metodă pentru a genera mulțimi distincte cu elemente numere naturale nenule și cu proprietatea că suma elementelor fiecărei mulțimi este egală cu 9, stabiliți în ce ordine sunt generate următoarele mulțimi:
a) $\{2, 3, 4\}$; b) $\{3, 6\}$; c) $\{2, 7\}$; d) $\{1, 8\}$.
- a. d a b c b. d a c b c. a c b d d. a b c d**
37. Se generează toate șirurile strict crescătoare de numere naturale nenule mai mici sau egale cu 4, având primul termen 1 sau 2, ultimul termen 4 și cu diferența dintre oricare doi termeni aflați pe poziții consecutive cel mult 2, obținându-se soluțiile: $(1, 2, 3, 4)$, $(1, 2, 4)$, $(1, 3, 4)$, $(2, 3, 4)$, $(2, 4)$. Folosind aceeași metodă, generăm toate șirurile strict crescătoare de numere naturale nenule mai mici sau egale cu 5, care dintre afirmațiile următoare este adevărată:
- a. imediat după soluția $(1, 3, 5)$ se generează soluția $(2, 3, 4, 5)$**
b. imediat după soluția $(2, 3, 5)$ se generează $(2, 5)$
c. penultima soluție generată este $(2, 4, 5)$
d. în total sunt generate 5 soluții
38. Se generează toate șirurile strict crescătoare de numere naturale nenule mai mici sau egale cu 4, având primul termen 1 sau 2, ultimul termen 4 și cu diferența dintre oricare doi termeni aflați pe poziții consecutive cel mult 2, obținându-se soluțiile: $(1, 2, 3, 4)$, $(1, 2, 4)$, $(1, 3, 4)$, $(2, 3, 4)$, $(2, 4)$. Folosind aceeași metodă, generăm toate șirurile strict crescătoare de numere naturale nenule mai mici sau egale cu 6, având primul termen 1 sau 2, ultimul termen 6 și diferența dintre oricare doi termeni aflați pe poziții consecutive cel mult 2, care dintre afirmațiile următoare este adevărată?
- a. imediat după soluția $(1, 3, 4, 5, 6)$ se generează soluția $(2, 3, 4, 5, 6)$;**
b. penultima soluție generată este $(2, 3, 5, 6)$;
c. imediat după soluția $(1, 2, 4, 6)$ se generează soluția $(1, 3, 4, 6)$;
d. în total sunt generate 13 soluții;
39. Dirigintele unei clase trebuie să aleagă trei elevi pentru un concurs. Elevii respectivei clase i-au propus pe Ionel, Gigel, Dorel, și Viorel. Pentru a decide dirigintele folosește un algoritm Backtracking care să îi genereze toate soluțiile posibile. Câte soluții vor fi generate?
- a. 12 b. 24 c. 6 d. 4**

40. Se generează toate șirurile strict crescătoare de numere naturale nenule mai mici sau egale cu 4, având primul termen 1 sau 2, ultimul termen 4 și cu diferența dintre oricare doi termeni aflați pe poziții consecutive cel mult 2, obținându-se soluțiile: (1, 2, 3, 4), (1, 2, 4), (1, 3, 4), (2, 3, 4), (2, 4). Folosind aceeași metodă, generăm toate șirurile strict crescătoare de numere naturale nenule mai mici sau egale cu 6, având primul termen 1 sau 2, ultimul termen 6 și diferența dintre oricare doi termeni aflați pe poziții consecutive cel mult 2, care dintre afirmațiile următoare este adevărată:
- (1, 3, 5, 6) nu este soluție
 - a șasea soluție generată este (1, 3, 4, 5, 6)
 - ultima soluție generată este o mulțime cu 4 elemente
 - în total sunt generate cel mult 10 soluții
41. Se generează în ordine crescătoare numerele de câte șase cifre care conțin: cifra 1 o singură dată, cifra 2 de două ori și cifra 3 de trei ori. Se obțin, în această ordine, numerele: 122333, 123233, 123323, ..., 333221. Care dintre următoarele propoziții este adevărată?
- imediat după numărul 332312 se generează 332321
 - sunt 8 numere generate prin această metodă care au prima cifră 1 și ultima cifră 2
 - sunt 6 numere generate prin această metodă care au prima cifră 1 și a doua cifră 2
 - penultimul număr astfel generat este 333122
42. Având la dispoziție gama celor 7 note muzicale, algoritmul de generare a tuturor succesiunilor (melodiilor) distincte formate din exact 100 de note este similar cu algoritmul de generare a:
- aranjamentelor
 - partițiilor unei mulțimi
 - permutărilor
 - elementelor produsului cartezian
43. Se consideră mulțimea {1, 7, 5, 16, 12}; se generează prin metoda backtracking toate submulțimile sale formate din exact 3 elemente: primele patru soluții generate sunt, în ordine: {1, 7, 5}, {1, 7, 16}, {1, 7, 12}, {1, 5, 16}. Care dintre soluții trebuie eliminată din șirul următor astfel încât cele rămase să apară în șir în ordinea generării lor?
- {1, 5, 12}, {5, 16, 12}, {7, 5, 16}, {7, 5, 12}
- {1, 5, 12}
 - {7, 5, 16}
 - {7, 5, 12}
 - {5, 16, 12}

50. Se consideră mulțimile $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1\}$, $C=\{2,3,4\}$. Elementele produsului cartezian $A \times B \times C$ se generează, în ordine, astfel $(1,1,2)$, $(1,1,3)$, $(1,1,4)$, $(2,1,2)$, $(2,1,3)$, $(2,1,4)$, $(3,1,2)$, $(3,1,3)$, $(3,1,4)$. Dacă, prin același algoritm se generează produsul cartezian al mulțimilor $A \times B \times C$ unde $A=\{a\}$, $B=\{a,b\}$, $C=\{b,c,d\}$, atunci cel de-al patrulea element generat este :
- a. (a,b,c) b. (a,c,b) c. (a,b,b) d. (a,c,d)
51. Pentru a determina toate modalitățile de a scrie numărul 8 ca sumă de numere naturale nenule distincte (abstracție făcând de ordinea termenilor) se folosește metoda backtracking obținându-se, în ordine, toate soluțiile: $1+2+5$, $1+3+4$, $1+7$, $2+6$, $3+5$. Aplicând exact aceeași metodă, se determină soluțiile pentru scrierea numărului 10. Câte soluții de forma $1+...$ există?
- a. 3 b. 4 c. 5 d. 6
52. Se consideră mulțimile $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1\}$, $C=\{2,3,4\}$. Elementele produsului cartezian $A \times B \times C$ se generează, folosind metoda backtracking, în ordinea $(1,1,2)$, $(1,1,3)$, $(1,1,4)$, $(2,1,2)$, $(2,1,3)$, $(2,1,4)$, $(3,1,2)$, $(3,1,3)$, $(3,1,4)$. Dacă prin același algoritm se generează produsul cartezian al mulțimilor $A \times B \times C$ unde $A=\{x,y\}$, $B=\{x\}$, $C=\{x,y,z\}$, atunci cel de-al treilea element generat este :
- a. (x,x,y) b. (x,y,x) c. (x,x,z) d. (x,y,z)
53. Se generează toate cuvintele obținute prin permutarea literelor unui cuvânt dat. Astfel, pentru un cuvânt cu patru litere (nu neapărat distincte) $L_1L_2L_3L_4$, cuvintele se generează în ordinea lexicografică a permutărilor literelor: $L_1L_2L_3L_4$, $L_1L_2L_4L_3$, $L_1L_3L_2L_4$, $L_1L_3L_4L_2$, $L_1L_4L_2L_3$ etc. Dacă se generează permutările literelor cuvântului *barca* se obțin la un moment dat, în ordine, cuvintele *bacra* , *bacar* , *baarc*. Precizați cuvântul generat imediat înaintea acestora și cuvântul generat imediat după ele:
- a. *barac* și *braca* b. *barac* și *baacr*
c. *baacr* și *barac* d. *barca* și *baacr*
54. Generarea tuturor șirurilor de trei elemente, fiecare element putând fi oricare număr din mulțimea $\{1,2,3\}$, se realizează cu ajutorul unui algoritm echivalent cu algoritmul de generare a:
- a. permutărilor c. produsului cartezian
b. combinațiilor d. aranjamentelor
55. Utilizând metoda backtracking, se generează în ordine lexicografică, toate anagramele cuvântului *caiet*. Știind că primele 2 soluții sunt *aceit* și *aceti*, care este cuvântul generat înaintea cuvântului *tiaec* ?
- a. *teica* b. *tieac* c. *ticae* d. *tiace*

56. Se consideră un număr natural nenul n având exact k cifre, cifrele lui fiind distincte două câte două, iar printre cele k cifre se găsește și cifra 0. Permutând cifrele lui n se obțin alte numere naturale. Câte dintre numerele obținute, inclusiv n , au exact k cifre?
- a. $k! - (k-1)!$ b. $k!$ c. $(k-1)!$ d. $(k+1)!$
57. Câte numere de 10 cifre pot fi obținute utilizând numai cifrele 0 și 9?
- a. 2^{10} b. 2^9 c. 9 d. 10
58. Utilizând metoda backtracking se generează toate posibilitățile de aranjare a 8 dame pe tabla de șah astfel încât acestea să nu se atace. Fiecare soluție se exprimă sub forma unui vector $c = (c_1, c_2, \dots, c_8)$ unde c_i reprezintă coloana pe care se află dama de pe linia i . Știind că primele 2 soluții generate sunt $(1, 5, 8, 6, 3, 7, 2, 4)$, $(1, 6, 8, 3, 7, 4, 2, 5)$ să se determine soluția generată de algoritm imediat după soluția $(8, 2, 4, 1, 7, 5, 3, 6)$.
- a. $(8, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$ b. $(8, 4, 2, 7, 6, 1, 3, 5)$
c. $(8, 2, 5, 3, 1, 7, 4, 6)$ d. $(7, 4, 2, 5, 8, 1, 3, 6)$
59. Utilizând metoda backtacking, se generează în ordine crescătoare toate numerele naturale de 5 cifre distincte, formate doar din cifrele 1, 2, 3, 4 și 5. A câta soluție generată va fi numărul 15234?
- a. 19 b. 18 c. 20 d. 21
60. Se utilizează metoda Backtracking pentru a genera în ordine crescătoare, toate numerele naturale de 5 cifre distincte, care se pot forma cu cifrele 0, 1, 2, 3 și 4. Să se precizeze numărul generat imediat înaintea și numărul generat imediat după secvența următoare : 12034, 12043, 12304, 12340
- a. 10423 și 12403 b. 10423 și 12433 c. 10432 și 12403 d. 10432 și 12433
61. Dacă se utilizează metoda backtracking pentru a genera toate permutările de 4 obiecte și primele 5 permutări generate sunt: 4 3 2 1, 4 3 1 2, 4 2 3 1, 4 2 1 3, 4 1 3 2, atunci a 6-a permutare este:
- a. 3 4 2 1 b. 4 1 2 3 c. 3 2 1 4 d. 1 4 3 2
62. Dacă se construiește, utilizând metoda Backtracking, produsul cartezian $A \times B \times C$ pentru mulțimile $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{1, 2, 3, 4\}$, care dintre următoarele triplete **nu** face parte din acest produs?
- a. $(3, 2, 1)$ b. $(1, 3, 2)$ c. $(1, 2, 3)$ d. $(1, 1, 1)$

63. Problema generării tuturor codurilor formate din 6 cifre distincte (cifre din mulțimea $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$) este similară cu generarea tuturor:
- submultimilor cu 6 elemente ale mulțimii $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 - permutărilor unei mulțimi cu 6 elemente
 - aranjamentelor de 10 elemente luate câte 6
 - elementelor produsului cartezian A^6 unde A este o mulțime cu 10 elemente
64. O clasă de 30 de elevi este la ora de educație fizică și profesorul dorește să formeze o echipă de 5 elevi. El îi cere unui elev să îi genereze toate posibilitățile de a forma o grupă de 5 elevi din acea clasă. Această problemă este similară cu generarea tuturor:
- elementelor produsului cartezian A^5 , A fiind o mulțime cu 30 de elemente
 - partițiilor unei mulțimi
 - aranjamentelor de 30 de elemente luate câte 5
 - combinărilor de 30 de elemente luate câte 5
65. Într-un liceu sunt n clase iar în fiecare clasă sunt câte 25 de elevi. Problema determinării tuturor echipelor de n elevi, câte unul din fiecare clasa, este similară cu generarea tuturor:
- elementelor produsului cartezian A^n , unde $A = \{1, 2, \dots, 25\}$
 - submulțimilor de n elemente ale mulțimii $\{1, 2, \dots, 25\}$
 - permutărilor mulțimii $\{1, 2, \dots, n\}$
 - partițiilor mulțimii $\{1, 2, \dots, n\}$
66. Se utilizează metoda backtracking pentru a determina toate modalitățile de a descompune pe 8 ca sumă de numere naturale nenule distincte (făcând abstracție de ordinea termenilor) și se obțin soluțiile $1+2+5$, $1+3+4$, $1+7$, $2+6$, $3+5$, 8 . Câte sume diferite, cu patru termeni, se obțin utilizând aceeași metodă, pentru descompunerea numărului 15?
- 10
 - 1
 - 6
 - 5
67. Se utilizează metoda backtracking pentru a determina toate modalitățile de a descompune pe 8 ca sumă de numere naturale nenule distincte (făcând abstracție de ordinea termenilor) și se obțin soluțiile în această ordine: 8 , $7+1$, $6+2$, $5+3$, $5+2+1$, $4+3+1$. Aplicând exact aceeași metodă pentru descompunerea numărului 14 în sumă de numere distincte, care este soluția care va fi afișată imediat după soluția $9+5$?
- $10+3+1$
 - $8+5+1$
 - $9+3+2$
 - $9+4+1$
68. Se cere determinarea tuturor numerelor formate din n cifre distincte alese dintr-o mulțime cu m ($0 < n \leq m \leq 9$) cifre nenule date. Problema este echivalentă cu generarea tuturor:

- a** aranjamentelor de m obiecte luate câte n
b submulțimilor cu m elemente ale unei mulțimi cu n elemente
c permutărilor de n obiecte
d aranjamentelor de n obiecte luate câte m
69. Se consideră algoritmul care generează în ordine strict crescătoare toate numerele naturale de câte trei cifre distincte, cifrele fiind mai mici sau egale ca 4. Precizați care dintre următoarele numere nu poate fi generat prin acest algoritm.
- a.** 123 **b.** 134 **c.** 124 **d.** 132
70. Un elev aplica metoda Backtracking pentru a genera toate submulțimile cu k elemente ale unei mulțimi cu n elemente. Dacă $n=5$ și $k=2$ atunci numărul de submulțimi pe care le-a generat elevul este :
- a.** 60 **b.** 10 **c.** 20 **d.** 12
71. Construim anagramele unui cuvânt $L_1L_2L_3L_4$ prin generarea în ordine lexicografică a permutărilor indicilor literelor cuvântului și obținem $L_1L_2L_3L_4$, $L_1L_2L_4L_3$, $L_1L_3L_2L_4$, ... $L_4L_3L_1L_2$, $L_4L_3L_2L_1$. Pentru anagramele cuvântului *caiet*, după șirul *caeit*, *caeti*, *catie* cuvintele imediat următoare sunt:
- a.** *catei* și *ciaet* **b.** *ciaet* și *caite*
c. *catei* și *ciate* **d.** *ciaet* și *ciate*
72. Folosind metoda backtracking, se generează toate numerele de 4 cifre distincte, cu proprietatea că cifrele aparțin mulțimii $\{7, 8, 3, 2, 5\}$. Primele 10 soluții generate sunt: 7832, 7835, 7823, 7825, 7853, 7852, 7382, 7385, 7328, 7325. Indicați ce număr urmează după 2538:
- a.** 5783 **b.** 5782 **c.** 2537 **d.** 5738
73. Se generează în ordine crescătoare toate numerele de 4 cifre, care se pot forma cu elementele mulțimii $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Primele soluții generate sunt, în ordine, 1000, 1001, 1002, 1003, 1004, 1010, 1011, 1012, ... Să se precizeze numărul anterior și cel următor secvenței de numere consecutive: 3430, 3431, 3432, 3433
- a.** 3421 și 3440 **c.** 3421 și 3434
b. 3424 și 3440 **d.** 3424 și 3434

74. Un program generează toate cuvintele obținute prin permutarea literelor unui cuvânt dat. Astfel, pentru un cuvânt cu 6 litere (nu neapărat distincte) $L_1L_2L_3L_4L_5L_6$, cuvintele se generează în ordinea lexicografică a permutărilor literelor: $L_1L_2L_3L_4L_5L_6$, $L_1L_2L_3L_4L_6L_5$, $L_1L_2L_3L_5L_4L_6$, $L_1L_2L_3L_5L_6L_4$, $L_1L_2L_3L_6L_4L_5$, etc. Știind că se aplică această metodă pentru cuvântul **examen**, care cuvânt trebuie eliminat din următoarea secvență astfel încât cele care rămân să reprezinte o succesiune corectă de cuvinte generate succesiv prin acest procedeu?

exemna, exenam, exenma, exname, exnaem, exeman, exnmae

- a. **exeman** b. **exenma** c. **exnaem** d. **exnmae**
75. Într-un spectacol, sunt prezentate cinci melodii numerotate cu 1, 2, 3, 4 și 5. Utilizând metoda Backtracking, se generează toate posibilitățile de a le prezenta pe toate, știind că melodia 1 trebuie prezentată după melodia 2 într-o ordine nu neapărat consecutivă, iar melodia 5 va fi prezentată ultima. Câte asemenea posibilități există?
- a. **6** b. **30** c. **12** d. **24**
76. Un algoritm Backtracking generează toate șirurile alcătuite din câte 5 cifre binare (0 și 1). Numărul soluțiilor generate va fi egal cu:
- a. **5** b. **32** c. **10** d. **31**
77. Se generează cele 10 combinații de 5 obiecte luate câte 3: 1 2 3, 1 2 4, 1 2 5, 1 3 4, 1 3 5, 1 4 5, 2 3 4, 2 3 5, 2 4 5, 3 4 5. Se observă că 2 soluții conțin în configurația lor secvența 2 4. Pentru problema generării tuturor combinațiilor de 6 obiecte luate câte 4, stabiliți câte dintre soluții conțin în configurația lor secvența 3 4.
- a. **2** b. **6** c. **4** d. **5**
78. La o tombolă, la care participă n ($n \geq 4$) copii se oferă 4 premii: o minge, un arc, o carte și o tricicletă. Știind că toate premiile vor fi acordate și că niciun copil nu va primi mai mult de un premiu, ce modalități diferite de acordare a premiilor există? Rezolvarea acestei probleme este echivalentă cu:
- a. generarea combinațiilor de n obiecte luate câte 4
b. generarea aranjamentelor de n obiecte luate câte 4
c. generarea permutărilor de n obiecte
d. generarea aranjamentelor de 4 obiecte luate câte n

79. Se generează toate partițiile mulțimii $\{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\}$, partiții formate din cel puțin două submulțimi. Dintre ele, 25 au proprietatea că toate submulțimile ce formează o partiție au același număr de elemente: $\{1\ 2\ 3\}\{4\ 5\ 6\}$; $\{1\ 2\ 5\}\{3\ 4\ 6\}$; $\{1\ 4\ 5\}\{2\ 3\ 6\}$; $\{1\ 4\}\{2\ 3\}\{5\ 6\}$; $\{1\ 6\}\{2\ 5\}\{3\ 4\}$; $\{1\}\{2\}\{3\}\{4\}\{5\}\{6\}$ etc. Pentru o mulțime de 4 obiecte, câte astfel de modalități de partiționare există astfel încât toate submulțimile unei partiții să aibă același număr de elemente?

- a. 3 b. 5 c. 6 d. 4

80. Două ture, indiferent de culoare, se atacă dacă se află pe aceeași linie sau pe aceeași coloană. Pe o tablă cu 4 linii și 4 coloane se așează 4 ture, astfel încât oricare două să nu se atace între ele. O soluție este reprezentată în figura alăturată. Știind că tabla nu se poate roti și că două soluții sunt diferite dacă diferă prin poziția a cel puțin una din cele 4 ture stabiliți câte soluții distincte există.

	A	B	C	D
1	T			
2			T	
3				T
4		T		

- a. 24 b. 16 c. 12 d. 256

81. Se utilizează metoda backtracking pentru a genera toate cuvintele de câte două litere distincte din mulțimea $\{d, a, n, s\}$ astfel încât să nu existe o literă d lângă o literă s . Cuvintele se obțin în ordinea: $da, dn, ad, an, as, nd, na, ns, sa, sn$. Se folosește aceeași metodă pentru a genera toate cuvintele de câte trei litere distincte din mulțimea $\{d, a, n, s\}$ astfel încât să nu existe o literă a alături de o literă s . Care este a patra soluție generată?

- a. dsn b. dsa c. adn d. dns

82. Dacă se utilizează metoda backtracking pentru a genera toate permutările mulțimii $\{a, b, c, d\}$ și primele soluții afișate sunt $dcba, dcab, dbca$, atunci penultima soluție este:

- a. $acdb$ b. $dcab$ c. $abcd$ d. $abdc$

83. Un șir s este format din n valori din mulțimea $\{1, -1\}$ astfel încât suma tuturor termenilor șirului este egală cu 0 și orice secvență formată din primele p ($p < n$) elemente ale șirului are proprietatea că suma componentelor secvenței respective este un număr nenegativ.

De exemplu, pentru $n=4$, există două astfel de șiruri: $1\ -1\ 1\ -1$ și $1\ 1\ -1\ -1$. Dacă se utilizează metoda backtracking, pentru $n=6$, numărul de șiruri s definite după regula de mai sus care vor fi generate este:

- a. 16 b. 5 c. 8 d. 4

84. Având la dispoziție cele 7 note muzicale, algoritmul de generare a tuturor succesiunilor (melodiilor) distincte formate din exact 5 note diferite este similar cu algoritmul de generare a:

- a. permutărilor b. combinațiilor c. produsului cartezian d. aranjamentelor

85. Problema generării tuturor numerelor de n cifre, folosind doar cifrele 1, 5 și 7, este echivalentă cu problema:
- generării produsului cartezian a 3 mulțimi cu câte n elemente fiecare
 - generării aranjamentelor de n elemente luate câte 3
 - generării produsului cartezian a n mulțimi cu câte 3 elemente fiecare
 - generării combinărilor de n elemente luate câte 3
86. Se generează în ordine lexicografică toate tripletele **vocală-consoană-vocală** cu litere din intervalul **A-F** al alfabetul limbii engleze: **ABA, ABE, ACA, ACE, ADA, ADE, AFA, AFE, EBA, EBE, ECA, ECE, EDA, EDE, EFA, EFE**. Dacă se generează, folosind aceeași metodă, tripletele **consoană-vocală-consoană** cu litere din intervalul **E-P** al alfabetului limbii engleze, stabiliți care dintre următoarele variante este o secvență de triplete generate unul imediat după celălalt.
- EPA EPE EPI**
 - FON FOP GIF**
 - LOP MEF MEG**
 - PIJ PIL PIN**
87. Pentru soluționarea cărei problemele dintre cele enumerate mai jos se recomandă utilizarea metodei Backtracking ?
- determinarea tuturor variantelor care se pot obține din 6 aruncări consecutive cu zarul
 - determinarea reuniunii a n mulțimi
 - determinarea tuturor divizorilor unui număr n
 - determinarea tuturor elementelor mai mici decât **10000** din șirul lui Fibonacci
88. Dacă pentru generarea tuturor submulțimilor unei mulțimi $A = \{1, 2, \dots, n\}$, cu $1 \leq n \leq 10$, se utilizează un algoritm backtracking astfel încât se afișează în ordine, pentru $n=3$, submulțimile $\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$, atunci, utilizând exact același algoritm pentru $n=4$, în șirul submulțimilor generate, soluția a 7-a va fi:
- $\{1, 3\}$
 - $\{4\}$
 - $\{1, 2, 3\}$
 - $\{1, 4\}$
89. Se generează șiruri formate din caracterele 'A' și 'B'. Dacă se utilizează un algoritm backtracking care afișează în ordine, pentru $n=3$, șirurile **BBB, BBA, BAB, BAA, ABB, ABA, AAB, AAA** atunci pentru $n=4$, după șirul **ABAA** se va afișa șirul :
- ABAB**
 - BABA**
 - AABA**
 - AABB**
90. Construim anagramele unui cuvânt $L_1L_2L_3$ prin generarea permutărilor indicilor literelor cuvântului: $L_1L_2L_3, L_1L_3L_2, L_2L_1L_3, L_2L_3L_1, L_3L_1L_2, L_3L_2L_1$. Pentru anagramele cuvântului **arc**, după șirul **arc, acr, rac, rca**, cuvintele imediat următoare sunt, în ordine:
- car, cra**
 - acr, car**
 - cra, car**
 - car, rac**

91. Produsul cartezian $\{1, 2, 3\} \times \{2, 3\}$ este obținut cu ajutorul unui algoritm backtracking care generează perechile $(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)$.
Care este numărul perechilor obținute prin utilizarea aceluiași algoritm la generarea produsului cartezian $\{1, 2, 3, 4\} \times \{2, 3, 4\}$?
- a. 12 b. 10 c. 81 d. 6
92. Construim anagramele unui cuvânt $L_1L_2L_3$ prin generarea permutărilor indicilor literelor cuvântului: $L_1L_2L_3, L_1L_3L_2, L_2L_1L_3, L_2L_3L_1, L_3L_1L_2, L_3L_2L_1$. Pentru anagramele cuvântului **dac**, după șirul **dac, dca, adc, acd**, cuvintele imediat următoare sunt, în ordine:
- a. **cda, dca** b. **cad, cda** c. **adc, cad** d. **cda, cad**
93. Un elev realizează un program care citește o valoare naturală pentru o variabilă n și apoi generează și afișează toate permutările mulțimii $1, 2, \dots, n$. Rulând programul pentru $n=3$, permutările apar în următoarea ordine: $3\ 2\ 1, 3\ 1\ 2, 2\ 3\ 1, 2\ 1\ 3, 1\ 3\ 2, 1\ 2\ 3$. Dacă va rula din nou programul și va introduce pentru variabila n valoarea 5, **imediat după** permutarea $4\ 1\ 2\ 3\ 5$, programul va afișa permutarea
- a. $3\ 5\ 4\ 2\ 1$ b. $4\ 5\ 3\ 2\ 1$ c. $4\ 1\ 2\ 5\ 3$ d. $3\ 5\ 4\ 3\ 2$
94. Considerăm n copii și p tricouri pe care sunt imprimate numerele de la 1 la p ($n, p \in \mathbb{N}, 1 \leq p \leq n$). Algoritmul care să genereze și să afișeze toate modurile în care pot fi împărțite cele p tricouri celor n copii este echivalent cu algoritmul folosit pentru generarea:
- a. **aranjamentelor** c. produsului cartezian
b. permutărilor d. combinărilor
95. Câte grupuri formate din câte 4 elevi se pot realiza din cei n elevi ai unei clase ($n \geq 4$)?
- a. P_4 b. A_4^n c. C_4^n d. C_n^4
96. Un program citește un număr natural nenul, generează toate modurile distincte în care numărul dat poate fi scris ca sumă de cel puțin două numere naturale nenule distincte și afișează numărul soluțiilor obținute. Două sume se consideră distincte dacă diferă prin cel puțin un termen. De exemplu, pentru numărul 8 vor fi generate sumele $1+2+5, 1+3+4, 1+7, 2+6$ și $3+5$, deci se va afișa 5. Care este valoarea afișată de către program dacă numărul citit este 10?
- a. 20 b. 42 c. 10 d. 9

97. Un program generează toate cuvintele obținute prin permutarea literelor unui cuvânt dat. Astfel, pentru un cuvânt cu 4 litere (nu neapărat distincte) $L_1L_2L_3L_4$, cuvintele se generează în ordinea lexicografică a permutărilor literelor: $L_1L_2L_3L_4$, $L_1L_2L_4L_3$, $L_1L_3L_2L_4$, $L_1L_3L_4L_2$, $L_1L_4L_2L_3$, etc. Pentru cuvântul "mama", **imediat după** prima apariție a cuvântului "mmaa" programul va afișa cuvântul:

- a. mama b. mmaa c. maam d. maam

5.2. Probleme

- Se citesc două numere naturale: n ($1 \leq n \leq 20$) și k ($1 \leq k \leq 9$). Să se scrie un program care să afișeze câte numere naturale care îndeplinesc următoarele cerințe există:
 - au cel mult n cifre;
 - sunt formate numai din cifrele 1 și 0;
 - încep obligatoriu cu cifra 1;
 - conțin exact k cifre de 1.

Exemplu: pentru $n = 4$ și $k = 3$, programul va afișa valoarea 4 deoarece sunt patru numere care îndeplinesc cerințele impuse; acestea sunt 111, 1011, 1101, 1110. Alegeți o metodă eficientă de rezolvare din punct de vedere al timpului de executare.

- Fie $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ mulțimea formată din primele 10 numere naturale nenule. Scrieți un program Pascal eficient din punct de vedere al timpului de rulare și al spațiului de memorie utilizat, care citește de la tastatură o valoare naturală k , ($1 \leq k \leq 6$) și apoi afișează 12 permutări ale mulțimii M care îndeplinesc proprietatea că numerele $k, k+1, \dots, k+4$ apar în fiecare dintre aceste 12 permutări în poziții consecutive și în această ordine. De exemplu, pentru $k = 3$, una dintre permutările care îndeplinește această proprietate este permutarea

1 9 2 10 3 4 5 6 7 8

Fiecare permutare va fi afișată pe câte o linie a ecranului